

## Problemas en circuitos serie

1.- Dado el siguiente circuito:

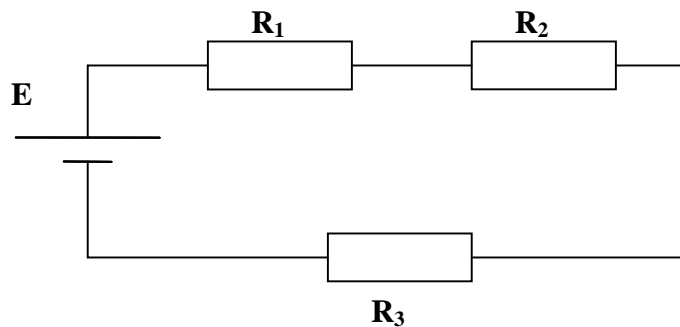
en el cual

$$E = 12 \text{ V}$$

$$R_1 = 1000 \text{ } \Omega$$

$$R_2 = 500 \text{ } \Omega$$

$$R_3 = 220 \text{ } \Omega$$



Se desea saber:

1.1.- ¿Qué valor de tensión hay en los extremos de R<sub>2</sub>?

1.2.- ¿Qué valor debería tener R<sub>2</sub> si se quiere que la tensión en sus extremos sea el doble de la calculada en 1.1., sin modificar ningún otro componente del circuito?

### Respuestas

1.1.- a) Uno de los modos de resolver el problema que se plantea con esta pregunta es:

$$\text{Si } I = E / R_{\text{Total}} \quad \text{y} \quad R_{\text{Total}} = R_1 + R_2 + R_3$$

Es posible calcular la intensidad de corriente que circulará por el circuito, y conociendo a esta se podrá calcular

$$V_{R_2} = R_2 \cdot I$$

b) Otro modo de responder la pregunta es plantear distintas maneras de calcular la I e igualar

$$\text{Si } I = E / R_{\text{Total}} \quad \text{y también } I = V_{R_2} / R_2$$

Entonces

$$E / R_{\text{Total}} = V_{R_2} / R_2 \quad \text{de donde} \quad V_{R_2} = E \cdot R_2 / R_{\text{Total}}$$

Lo cual hace evidente que no es necesario el cálculo previo de la intensidad como se hizo en 1.1. El mismo resultado se logra siguiendo la siguiente secuencia:

$$V_{R_2} = R_2 \cdot I \quad \text{y se sabe también que} \quad I = E / R_{\text{Total}}$$

$$\text{Entonces} \quad V_{R_2} = R_2 \cdot E / R_{\text{Total}}$$

c) Un tercer modo de proceder para responder puede plantearse a partir de las siguientes relaciones

$$E = V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3}$$

$$\text{Sabendo que} \quad I = V_{R_1} / R_1 = V_{R_2} / R_2$$

Se advierte que  $V_{R1} = V_{R2} \cdot R_1 / R_2$

y como también  $I = V_{R2} / R_2 = V_{R3} / R_3$

Se puede definir a  $V_{R3}$  en función de  $V_{R2}$

$$V_{R3} = V_{R2} \cdot R_3 / R_2$$

Reemplazando  $V_{R1}$  y  $V_{R3}$  en la ecuación de partida por sus valores expresados en función de  $V_{R2}$ , nos quedará una ecuación con una sola incógnita.

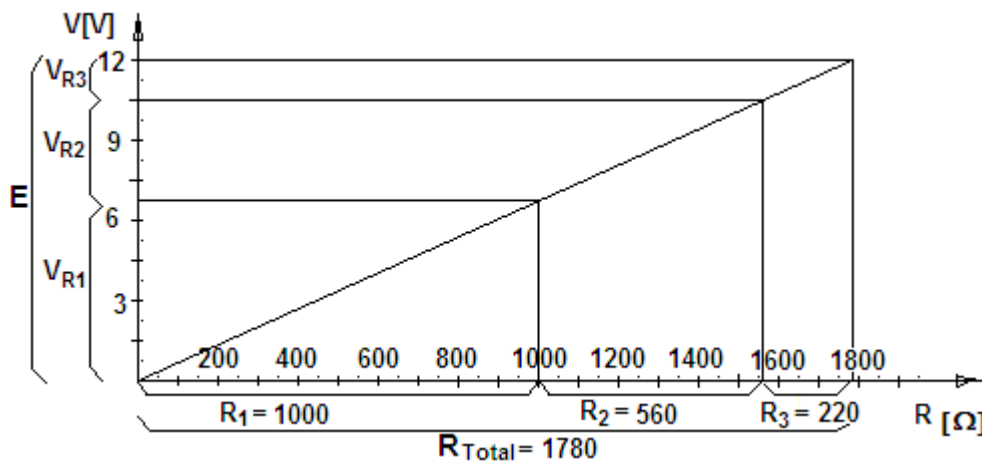
$$E = V_{R2} \cdot R_1 / R_2 + V_{R2} + V_{R2} \cdot R_3 / R_2 \quad \text{sacando el factor común}$$

$$E = V_{R2} (R_1 / R_2 + 1 + R_3 / R_2)$$

De donde  $V_{R2} = E / (R_1 / R_2 + 1 + R_3 / R_2)$

d) un cuarto camino a seguir es proceder gráficamente, representando en un diagrama cartesiano los componentes del circuito y sus relaciones.

Graficando sobre un par de ejes coordenados  $V - R$  se ubican todos los datos disponibles. En este caso,  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$  y  $E$ . Como las resistencias están conectadas en serie, en el circuito se suman los valores para obtener la  $R_{Total}$ . En esta cae toda la diferencia de potencial disponible, o sea, corresponde al valor de tensión total  $E$ . La corriente total del circuito se puede calcular por la ley de Ohm como  $I = E / R_{Total}$  o bien,  $\Delta y / \Delta x = \text{tg } \alpha$ . Sabemos que en un circuito serie la intensidad de corriente es igual en todos los puntos del circuito, por lo que  $I_1 = I_2 = I_3 = I_{Total}$ , por tanto, la recta que une el origen de coordenadas con el punto correspondiente a la  $R_{Total}$  y la  $V_{Total} = E$  muestra el valor de  $I$ . Las intersecciones de esta recta de pendiente  $I$  con los valores de las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  darán en ordenadas los valores de  $V_{R1}$  y  $V_{R2}$ .



Si  $I = E / R_{Total}$  y por tanto  $E = R_{Total} \cdot I$

La ecuación que representa la relación será del tipo  $y = m \cdot x$  donde  $m = I = \operatorname{tg} \alpha$

y por tanto para  $y = V_{R2}$

$$V_{R2} = m R_2 = \operatorname{tg} \alpha \cdot R_2 = E / R_{\text{Total}} \cdot R_2$$

Como ya se había calculado.

El valor de  $V_{R2}$  se obtiene directamente sobre las ordenadas del gráfico que corresponden al valor de  $R_2$ .

1.1. e.- Recomendaciones y preguntas complementarias

e.1.- Realice las operaciones numéricas y gráficas indicadas en este desarrollo.

e.2.- Discuta y argumente cuál sería el camino de solución que elegiría.

e.3.- ¿Cómo podría anticipar (efectuando sólo cálculos mentales) el valor aproximado de la tensión en  $R_2$  ¿Será menor o mayor que la mitad de  $E$ ? ¿Cuán distinto de la mitad de  $E$  puede ser?

1.2.-

a) Un camino de solución es:

$$V'_{R2} = 2 V_{R2} = R'_2 \cdot I'$$

Por lo que  $R'_2 = V'_{R2} / I'$

$V'_{R2}$  es el doble del valor de  $V_{R2}$ , la cual podemos conocer porque hemos visto que se puede calcular al menos de 4 modos distintos.

Al variar  $R_2$  cambiará la corriente pero a su nuevo valor lo podemos calcular sabiendo que

$$V'_{R1} + V'_{R3} = E - V'_{R2}$$

Donde  $V'_{R1}$  y  $V'_{R3}$  son las nuevas tensiones sobre  $R_1$  y  $R_3$  que provocará la circulación de la nueva corriente  $I'$ .

Como la  $R_1$  y  $R_3$  no cambian podemos calcular

$$I' = (V'_{R1} + V'_{R3}) / (R_1 + R_3) \quad \text{con este valor obtendremos}$$

$$R'_2 = V'_{R2} / I' = [ V'_{R2} / (V'_{R1} + V'_{R3}) ] \cdot (R_1 + R_3)$$

b) Otro camino posible es plantear la relación de proporcionalidad que se verifica entre las tensiones y resistencias de un circuito serie

$$V'_{R2} / (V'_{R1} + V'_{R3}) = R'_2 / (R_1 + R_3)$$

$$\text{De donde } R'_2 = [ V'_{R2} / (V'_{R1} + V'_{R3}) ] \cdot (R_1 + R_3)$$

Valores que, como vimos en a) podemos conocer. Nótese que la expresión final que se obtiene es la misma que se logró por el primer camino

c) un tercer camino sería

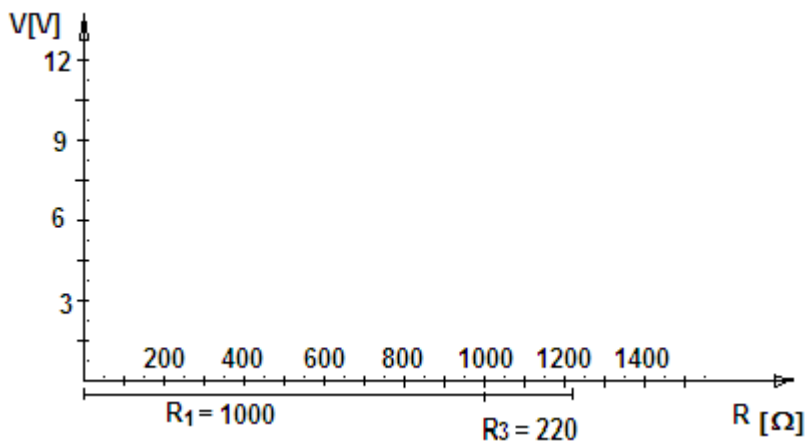
$$E = V'_{R2} \cdot R_1 / R'_2 + V'_{R2} + V'_{R2} R_3 / R'_2$$

$$E = V'_{R2} \cdot [(R_1 + R_3) / R'_2] + V'_{R2}$$

$$(E - V'_{R2}) / V'_{R2} = (R_1 + R_3) / R'_2$$

Por lo que  $R'_2 = [ V'_{R2} / (E - V'_{R2}) ] \cdot (R_1 + R_3)$

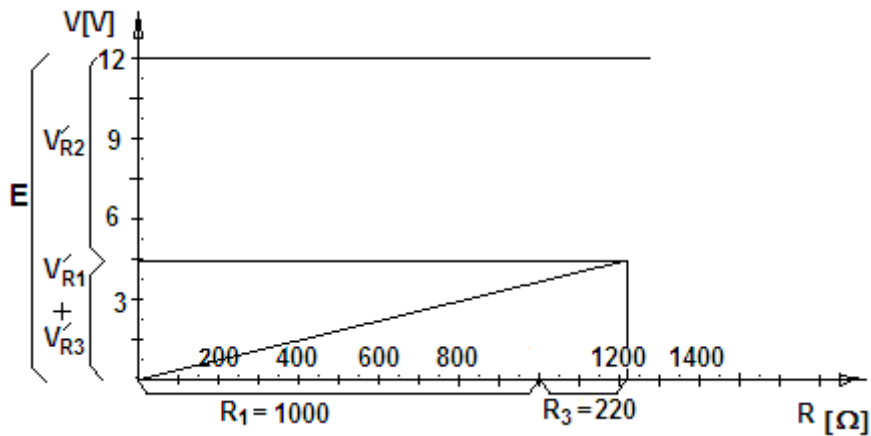
d) Un cuarto camino posible es operar gráficamente. Para ello podemos reordenar el gráfico usado en 1.d) de modo tal que las resistencias que NO cambian quedan representadas en forma contigua



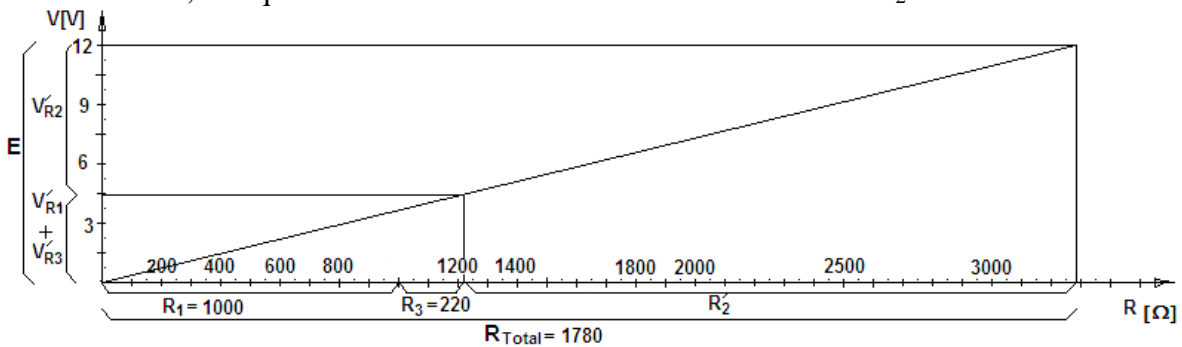
La suma de las tensiones en esas resistencias ya hemos visto que las podemos calcular como

$$E - V'_{R2} = E - 2V_{R2} = V'_{R1} + V'_{R3}$$

Por lo tanto podemos representar el valor de la nueva corriente como la pendiente de la recta que define  $R_1 + R_3$  y  $V'_{R1} + V'_{R3}$



Prolongando esta recta hasta el valor máximo de tensión disponible para el circuito, es decir la de la fuente, nos quedará definido en abscisas el nuevo valor de  $R'_2$



1.2.e.- Discuta si este problema se podría resolver si se deseara duplicar la tensión en  $R_1$  variando sólo su valor y justifique su respuesta.

1.2.f.- ¿De cuántas otras formas podría duplicar la tensión en los extremos de  $R_2$ , variando sólo un componente del circuito por vez?

1.2.g.- ¿De cuántas otras formas distintas podría reducir a la mitad la tensión en  $R_3$ , cambiando sólo un componente del circuito por vez?

1.2.h.- Proponga al menos tres variantes del ejercicio 1.2 que ofrezca igual o mayor dificultad e intente resolver una.